

Curso de Física Estatística

2ª Lista - 2º semestre 2015

Prof. Anna Chame

Capítulo 1 do Reif ou 1 Salinas

- (a) Considerando a distribuição Gaussiana $P_G(n_1) = \frac{1}{(2\pi\langle(\Delta n_1)^2\rangle)^{1/2}} e^{-\frac{(n_1 - \langle n_1 \rangle)^2}{2\langle(\Delta n_1)^2\rangle}}$, calcule a média $\langle n_1 \rangle_G$ e mostre que ela coincide com a média $\langle n_1 \rangle$ calculada usando a distribuição Binomial.

(b) Calcule a dispersão $\langle (\Delta n_1)^2 \rangle_G$ usando a distribuição Gaussiana e mostre que ela coincide com a dispersão $\langle (\Delta n_1)^2 \rangle$ calculada usando a distribuição Binomial. Note que os outros momentos das duas distribuições não coincidem.

- Considere a distribuição Gaussiana

$$P(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

a) Obtenha o valor máximo de $P(x)$ e obtenha então o valor da 'meia altura' $h = P(x)_{max}/2$.

b) Obtenha a largura da distribuição 2Δ à meia altura, fazendo $P(x - \Delta) = P(x + \Delta) = h$. Mostre como Δ está relacionado ao desvio padrão σ da distribuição.

- Reif 1.22 (prob 1.6 Salinas).

Considere a caminhada aleatória de uma partícula em uma dimensão. Depois de N passos a partir da origem, sua posição é dada por

$$x = \sum_{j=1}^N s_j$$

onde $\{s_j\}$ é um conjunto de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas, dadas pela distribuição de probabilidades

$$w(s) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} e^{-\frac{(s-\ell)^2}{2\sigma^2}}$$

onde σ e ℓ são constantes positivas.

Após N passos,

- (a) qual o deslocamento médio $\langle x \rangle$ a partir da origem ?
- (b) qual a dispersão $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$?

- Reif 1.23 (prob 1.6 Salinas).

Considere o problema da caminhada aleatória de uma partícula em uma dimensão. Depois de N passos a partir da origem, a posição é dada por

$$x = \sum_{j=1}^N s_j$$

onde $\{s_j\}$ é um conjunto de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas. Admita que em cada passo o deslocamento é sempre positivo, com probabilidades iguais de se situar em qualquer ponto no intervalo entre $\ell - b$ e $\ell + b$, com $0 < b < \ell$.

- (a) Normalize esta distribuição de probabilidades.

Após N passos, quais serão os valores

- (b) do deslocamento médio $\langle x \rangle$?
- (c) da dispersão $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$?

- Reif 1.19

Uma bateria de fem total V está conectada a um resistor R , onde a potência $P = V^2/R$ é dissipada. A bateria é constituída por N células individuais conectadas em série, de modo que V é igual a soma das fem's de todas estas células :

$$V = \sum_{i=1}^N \epsilon_i$$

Como a bateria é velha, nem todas as células estão em perfeitas condições. Assim cada célula tem probabilidade p de ter seu valor normal de fem $\epsilon = v$ e probabilidade $1-p$ de que $\epsilon = 0$. As células são estatisticamente independentes umas das outras. Nessas condições,

- (a) Qual é a probabilidade $P_N(n)$ de ter n células com $\epsilon = v$ e $N - n$ células com $\epsilon = 0$? Esta distribuição de probabilidades já está normalizada?

- (b) Como se poderia calcular o número médio $\langle n \rangle$ de células funcionando normalmente a partir de $P_N(n)$? (Escreva apenas a expressão para $\langle n \rangle$, sem fazer o cálculo).
- (c) Obtenha $\langle n \rangle$ em função de N , v e p .
- (d) Calcule a potência média $\langle P \rangle$ dissipada no resistor, expressando seus resultados em termos de N , v e p .
- Reif 1.20 Considere N antenas similares emitindo radiação eletromagnética linearmente polarizada de comprimento de onda λ e velocidade c . As antenas estão localizadas ao longo do eixo x a uma distância λ uma da outra. Um observador está localizado no eixo x a uma grande distância das antenas. Quando uma única antena irradia, o observador mede uma intensidade (i.e., amplitude do campo elétrico ao quadrado média) igual a I .
 - a) Se todas as antenas são levada a emitir em fase pelo mesmo gerador de frequência $\nu = \frac{c}{\lambda}$, qual é a intensidade total medida pelo observador?
 - b) Se todas as antenas emitem radiação com a mesma frequência $\nu = \frac{c}{\lambda}$ mas com fases completamente aleatórias, qual é a intensidade média medida pelo observador? (sugestão: represente as amplitudes por vetores, e deduza a intensidade observada através da amplitude resultante)